积化和差 和差化积 N次方差

1.cos(α-β)=cosαcosβ+sinαsinβ

sin(α-β)=sinαcosβ-cosαsinβ

这两个式子不用记，几何意义非常明显，就是向量(cosα,sinα)和(cosβ,sinβ)的点积和叉积。

然后就可以做积化和差了，比如你看到cosαcosβ或者sinαsinβ，就可以用cos(α±β)凑出来；看到sinαcosβ或者cosαsinβ，就可以用sin(α±β)凑出来。

以cos(α±β)为例：

cos(α-β)=cosαcosβ+sinαsinβ

cos(α+β)=cosαcosβ-sinαsinβ

两式相加：cos(α-β)+cos(α+β)=2cosαcosβ

两式相减：cos(α-β)-cos(α+β)=2sinαsinβ

这个式子的几何意义还是很明显，cosαcosβ就是(cosα,0)和(cosβ,sinβ)的内积，前者可以看成(cosα,sinα)和(cosα,-sinα)的中点，那么就是cos(α-β)和cos(α+β)的平均值了。

和差化积就是把上面的过程反着用，比如sinα+sinβ，把它改写成sin(x-y)+sin(x+y)的形式，其中x=(α+β)/2，y=(α-β)/2，然后展开就得到了

sinα+sinβ

=sinxcosy-cosxsiny+sinxcosy+cosxsiny

=2sinxcosy

不过这个做法刚接触会觉得比较tricky，因为不去记的话不太能想到这么拆分。不过从几何意义考虑的话就不tricky了。

考虑几何意义，可以看成(cosα,sinα)+(cosβ,sinβ)在y轴上的投影，然后两个单位向量的和沿着角平分线方向，方向是(α+β)/2，长度是2cos[(α-β)/2]，于是投影就是2sin[(α+β)/2]cos[(α-β)/2]了。

2.N次方差公式。

|  |
| --- |
|  |
|  |

      当a^(n-1)b乘以a即变为a^n\*b，当a^n乘以-b即变为a^n\*b，前后两项异号相互抵消，最后乘下a^n-b^n。  
  
2、N次方和公式。

|  |
| --- |
|  |
|  |

      注意到条件N为奇数，因为为N为偶数时，右式就等于a^n - b^n。  
      也就是，当N为偶数时，1）中的立方差公式有2个。

|  |
| --- |
|  |